

第3章 産業連関分析のための各種係数

産業連関表は通常、取引基本表（狭義の産業連関表ともいう。）、投入係数表、逆行列係数表等からなっている。取引基本表の計数からは、第1章で述べたとおり、これをそのまま読み取ることによって、県経済を構成する各産業間の取引関係等の関わりを把握することができる。

一方、この取引基本表から算出された投入係数や逆行列係数からは、最終需要の変化による波及効果等を測定することができる。ここでは、これら産業連関分析のための各種係数の内容と計算方法を示す。

1 投入係数

(1) 投入係数の計算と意味

取引基本表をタテ方向にみると、各産業の費用構成が示されているが、これから導かれるのが「投入係数」である。

投入係数とは、各産業がそれぞれの生産物を生産するために使用した原材料、燃料等の投入額を、その産業の県内生産額で除したものであり、生産物1単位に対する投入原材料等の割合を示すものである。投入係数を産業別に計算して一覧表にしたものが投入係数表である。

県内経済を単純化し、産業1及び産業2からなる簡単なモデルで表すと、取引基本表は表1のように表すことができる。

表1 取引基本表

	産業1	産業2	最終需要	県内生産額
産業1	x_{11}	x_{12}	F_1	X_1
産業2	x_{21}	x_{22}	F_2	X_2
粗付加価値	V_1	V_2		
県内生産額	X_1	X_2		

ただし、次のバランス式が成り立つものとする。

需給バランス式（総需要と総供給の均衡）

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + F_1 = X_1 \\ x_{21} + x_{22} + F_2 = X_2 \end{cases}$$

収支バランス式

$$\begin{cases} x_{11} + x_{21} + V_1 = X_1 \\ x_{12} + x_{22} + V_2 = X_2 \end{cases}$$

ここで、産業1が産業1から投入した額 x_{11} を産業1の県内生産額 X_1 で除した値を a_{11} とすれば、 a_{11} は産業1の生産物を1単位生産するために必要な産業1からの投入割合を表す。

$$a_{11} = \frac{x_{11}}{X_1}$$

同様に、 $a_{21} = \frac{x_{21}}{X_1}$ は産業1がその生産物を1単位生産するために産業2から投入した原材料の割合を表している。なお、粗付加価値についても中間投入と同様に、各産業の粗付加価値 V_1 をその産業の県内生産額 X_1 で除して、粗付加価値の割合である $v_1 = \frac{V_1}{X_1}$ (粗付加価値率) を求めることができる。この場合、粗付加価値 V_1 が産業1の労働や資本など本源的生産要素の投入を意味するから、 v_1 はそれら生産要素の投入原単位を示しているといえる。

これらの手続きを産業2についても計算し、一覧表に表すと表2の投入係数表となる。

表2 投入係数表

	産業1	産業2
産業1	$a_{11} (=x_{11}/X_1)$	$a_{12} (=x_{12}/X_2)$
産業2	$a_{21} (=x_{21}/X_1)$	$a_{22} (=x_{22}/X_2)$
粗付加価値	$v_1 (=V_1/X_1)$	$v_2 (=V_2/X_2)$
県内生産額	1.0 ($=X_1/X_1$)	1.0 ($=X_2/X_2$)

投入係数表は、各産業においてそれぞれ1単位(金額表示による)の生産を行うために必要な原材料等の大きさを示したものであり、いわば生産の原単位表ともいうべきものである。各産業で粗付加価値部門まで含む投入係数の和は、定義的に1.0となる。

また、表1及び表2から、投入係数を使ったヨコの需給バランス式は、

$$\begin{cases} a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + F_1 = X_1 \\ a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + F_2 = X_2 \end{cases} \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

となる。

式①にみられるとおり、最終需要と県内生産額には一定の関係が存在しており、その関係を規定しているのが投入係数ということになる。

式①の連立方程式の最終需要 F_1 及び F_2 に具体的な数値を与えれば、これを解くことによって、最終需要を過不足なく満たすための県内生産額 X_1 及び X_2 を計算することができる。

ある産業に対する需要の増加は、その産業が生産を行うに当たって原材料、燃料等を各産業から投入する必要があるため、その産業だけでなく他産業の生産にも影響を及ぼし、それがまた自産業に対する需要となって返ってくるという生産波及効果をもたらす。式①は、このような生産波及効果の累積結果を計算し得る仕組みを示したものであり、これが投入係数を基礎とする産業連関分析の基本となっている考え方である。

(2) 投入係数の安定性

産業連関表は、作表の対象となった年次の経済構造を反映して作成されたものであり、投入係数は次のような要因により時間の経過とともに変動することが考えられるが、産業連関分析では、対象期間内においては投入係数に大きな変化がない（安定性）という仮定が置かれている。投入係数が常に変動しているとすれば、最終需要と県内生産額の間に一義的な関係を求めることができないからである。

① 生産技術水準の不変性

産業連関分析においては、投入係数によって表される各財・サービスの生産に必要な原材料、燃料等の投入比率は、分析の対象となる年次と作表年次の間においては大きな変化がないという前提が置かれている。

投入係数は、端的に言えば、ある特定の年次において採用されていた生産技術を反映したものである。通常、短期間に大幅な生産技術の変化は考えられないが、生産技術が変化すれば、当然に投入係数も変化することが考えられる。

② 生産規模に関する一定性

各産業は、それぞれ生産規模の異なる企業、事業所群で構成されているが、同一商品を生産していたとしても、生産規模が異なれば、当然に生産技術水準の相違、規模の経済性などにより、投入係数も異なったものになることも考えられる。

しかし、産業連関表は、作表の対象となった年次の経済構造を反映して作成されたものであり、産業連関分析においては、各産業に格付けされた企業、事業所の生産規模は、分析の対象となる年次と作表年次の間においては大きな変化がないという前提が置かれている。

③ 相対価格の変化

取引基本表における各取引の大きさは、作表年次の価格で評価されているため、それぞれの財・サービスの相対価格が変化すると、投入構造が一定であっても投入係数は変化する。

④ プロダクト・ミックスの変化

同一産業に投入構造や単価の異なったいくつかの商品が格付けられている（これをプロダクト・ミックスという。）場合には、それぞれの投入構造や単価に変化がなくても、産業内の商品構成が変化すれば、その産業全体としての投入係数は変化することになる。

2 逆行列係数

(1) 逆行列係数の意味

産業1及び産業2だけの県内経済を考えた場合、前述のとおり、最終需要が与えられれば、需給バランス式（式①）の連立方程式を解くことによって、産業1及び産業2の県内生産額を計算することができる。

$$\begin{cases} a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + F_1 = X_1 \\ a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + F_2 = X_2 \end{cases} \dots\dots\dots \text{①}$$

しかし、この簡単なモデルのように2つの産業だけの場合は計算も容易であるが、実際の部門数は37や107あり、その場合は、式①のような連立方程式を解くことは実際的ではなく、分析を行うことが事実上不可能となる。

そこで、もし、ある産業に対する最終需要が1単位生じた場合、各産業に対してどのような生産波及が生じ、産業別の県内生産額が最終的にどれだけになるかを、簡単に読み取れるように、あらかじめ計算しておくことができれば、分析を行う上で非常に便利である。このような要請に応じて作成されるのが「逆行列係数表」である。

ここで、式①を行列式で表示すると、

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix}$$

となり、この式において、

投入係数の行列 $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$ を A

最終需要の列ベクトル $\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix}$ を F

県内生産額の列ベクトル $\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix}$ を X

とすると、

$$AX + F = X$$

となる。これを X について解くと、

$$\begin{aligned}
X - AX &= F \\
(I - A)X &= F \\
X &= (I - A)^{-1}F
\end{aligned}$$

となる。ここで、 I は単位行列、 $(I - A)^{-1}$ は $(I - A)$ の逆行列であり、

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(I - A)^{-1} = \begin{bmatrix} 1 - a_{11} & -a_{12} \\ -a_{21} & 1 - a_{22} \end{bmatrix}^{-1}$$

この行列の成分を「逆行列係数」と呼ぶ。これを一つの表にまとめたものが、「逆行列係数表」であり、各産業に対する1単位の需要増があった場合、究極的にみて、どの産業の生産がどれだけ誘発されるかを示す。逆行列係数を一度計算しておけば、式①の連立方程式をその都度解くまでもなく、ある産業に対する最終需要が与えられれば、直ちにその最終需要に対応する各産業の県内生産額を計算することが可能となる。

表3 逆行列係数表

	産業1	産業2
産業1	b_{11}	b_{12}
産業2	b_{21}	b_{22}

b_{ij} : 逆行列係数

逆行列係数表の表頭の産業は、最終需要が1単位発生した産業を表しており、表側の産業は、それによって生産の誘発を受ける産業を表している。この表を列に沿って読み取ることで、表頭の産業が表側の産業にどれだけの生産を誘発するかがわかり、その列和をみることで、表頭の産業が産業全体に及ぼす生産誘発の大きさがわかる。

(2) 逆行列係数の類型

産業連関表を用いて生産波及の分析を行う場合には、移輸入（他都道府県又は国外からの投入）をどのように取り扱うかが大きな問題となる。前述で求めた逆行列係数は、 $(I - A)^{-1}$ 型と呼ばれ、移輸入を考慮しない封鎖経済を前提とした単純なモデルに基づくものである。しかし、実際の県経済においては、各種のものが移輸入により供給され、産業や家計等において県産品と併せて消費されているのが実態である。

最終需要を県内最終需要と移輸出に分割し、移輸入を明示した取引基本表のモデルが表4である。表をヨコにみると中間需要、県内最終需要、移輸出とも移輸入分を含んだ供給

となっているので、移輸入分をマイナスで表示することにより、タテとヨコ（生産）のバランスをとっている。

表4 県際取引を考慮した取引基本表

	産業1	産業2	県内最終需要	移輸出	移輸入	県内生産額
産業1	x_{11}	x_{12}	Y_1	E_1	$-M_1$	X_1
産業2	x_{21}	x_{22}	Y_2	E_2	$-M_2$	X_2
粗付加価値	V_1	V_2				
県内生産額	X_1	X_2				

投入係数に移輸入分が含まれるということは、最終需要によってもたらされる波及効果のすべてが県内生産の誘発という形で現れるものではなく、その一部は移輸入を誘発するということを意味する。つまり、逆にいえば県内生産に対する誘発を正確に求めるためには、移輸入誘発分を控除しておかなくてはならず、移輸入品の投入をおり込んだ逆行列係数が必要となる。

① $(I - A)^{-1}$ 型

このタイプは、前述した移輸入を考えない単純なモデルとして示したが、移輸入額が外生的に与えられるとするモデルでもある。しかし、移輸入は、特別な場合を除き、県内の生産活動によって誘発される性格のものであり、内生的に決定されるものとするのが自然であり、一般的にあまり利用されていない。

② $[I - (I - \hat{M})A]^{-1}$ 型

開放型経済を前提とし、最終需要 F を県内最終需要 Y と移輸出 E とに分離したモデルである。

表4の需給バランス式は次のとおりである。

$$\begin{cases} a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + Y_1 + E_1 - M_1 = X_1 \\ a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + Y_2 + E_2 - M_2 = X_2 \end{cases}$$

これを行列表示すると、次式のようにになる。

$$AX + Y + E - M = X \quad \dots\dots\dots ②$$

ここで移輸入 M は、移輸出を除く総需要（県内需要）に応じて決まると仮定する。移輸出については、単なる通過取引は計上しないものとして産業連関表が作成されてい

ることから、移輸出に移輸入品は含まれない。そこで、行別移輸入係数 m_i を次のように定義する。

$$m_i = \frac{M_i}{\sum_j a_{ij}X_j + Y_i} \dots\dots\dots ③$$

すなわち、 m_i は i 商品の県内総需要に占める移輸入品の割合、移輸入依存度を表し、 $1 - m_i$ が県内自給率を表すことになる。

式②を i 行について記せば

$$\sum_j a_{ij}X_j + Y_i + E_i - M_i = X_i \dots\dots\dots ④$$

式③を変形して

$$M_i = m_i(\sum_j a_{ij}X_j + Y_i) \dots\dots\dots ⑤$$

式⑤を式④に代入して整理すると

$$X_i - (1 - m_i)\sum_j a_{ij}X_j = (1 - m_i)Y_i + E_i \dots\dots\dots ⑥$$

移輸入係数 $\{m_i\}$ を対角要素とし、非対角要素を 0 とする対角行列 \hat{M} は、

$$\hat{M} = \begin{bmatrix} m_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & m_n \end{bmatrix}$$

で表され、式⑥から、次式が得られる。

$$[I - (I - \hat{M})A]X = (I - \hat{M})Y + E$$

これを X について整理すると、 X は次式のとおり、

$$X = [I - (I - \hat{M})A]^{-1}[(I - \hat{M})Y + E] \dots\dots\dots ⑦$$

で表される。これにより、県内最終需要 Y と移輸出 E を与えることにより、県内生産額 X を求めることができる。

ここで $(I - \hat{M})A$ は、移輸入品の投入比率が中間需要、最終需要を問わず、すべての部門において同一である仮定した場合の県産品の投入係数を示し、また、 $(I - \hat{M})Y$ は、同様の仮定の下で県産品に対する県内最終需要を表している。言い換えれば、品目ごとの移輸入比率が全ての産出部門において同一と仮定したときの「競争移輸入型」モデルである。

産業連関分析において、一般的にはこのモデルによる逆行列係数表が利用される。

3 影響力係数と感応度係数

(1) 影響力係数

逆行列係数表の列についてみると、各係数はその列部門に対する最終需要が1単位生じた場合に、各行部門が直接間接に必要とする生産量を示し、その合計である列和は産業全体への生産波及の大きさを表す。この部門別の列和を列和全体の平均値で除した比率を求めると、これは特定の列部門に対する最終需要があったときに、どの列部門が相対的に強い影響を与えることになるかを示す指標となる。これが「影響力係数」で、次の式で計算される。

$$\begin{aligned} \text{部門別影響力係数} &= \frac{\text{逆行列係数表の各列和}}{\text{逆行列係数表の列和全体の平均値}} \\ &= \frac{\sum_i b_{ij}}{\frac{1}{n} \sum_i \sum_j b_{ij}} \quad (n : \text{部門数、} b_{ij} : \text{逆行列係数}) \end{aligned}$$

(2) 感応度係数

一方、逆行列係数の各行は、表頭の列部門に対してそれぞれ1単位の最終需要が生じたときに、その各行において直接間接に必要となる供給量を表しており、その合計である行和を行和全体の平均値で除した比率は、各列部門にそれぞれ1単位の最終需要があったときに、どの行部門が相対的に強い影響を受けることになるかを示す指標となる。これが「感応度係数」で、次の式で計算される。

$$\begin{aligned} \text{部門別感応度係数} &= \frac{\text{逆行列係数表の各行和}}{\text{逆行列係数表の行和全体の平均値}} \\ &= \frac{\sum_j b_{ij}}{\frac{1}{n} \sum_i \sum_j b_{ij}} \quad (n : \text{部門数、} b_{ij} : \text{逆行列係数}) \end{aligned}$$

4 最終需要と生産

(1) 最終需要項目別生産誘発額

内生部門の各行部門は、中間需要部門及び最終需要部門に財・サービスの供給を行っているが、全体としてみれば、内生部門の生産活動は最終需要を過不足なく満たすために行われているのであり、その生産水準は、各最終需要の大きさによって決定される。

県内生産額にかかる需給バランス式は、前述のとおり、

$$X = [I - (I - \hat{M})A]^{-1} [(I - \hat{M})Y + E] \dots\dots\dots \textcircled{7}$$

県内生産額
逆行列
最終需要額

であり、これは、そのまま最終需要と県内生産額の関係を表している。

また、最終需要は、家計外消費支出、民間消費支出などの項目から構成されているが、各部門の県内生産額が、どの最終需要項目別によってどれだけ誘発されたものであるのか、その内訳をみたのが「最終需要項目別生産誘発額」であり、これは、県内生産額の変動が、最終需要のどの項目によってもたらされたものであるのかを分析するための一つの指標となるものである。

最終需要ベクトル F は、県内最終需要ベクトル Y と移輸出ベクトル E に分解される。さらに県内最終需要ベクトル Y を民間消費支出等の最終需要項目別ベクトルに分解する。

$$Y = Y_1 + Y_2 + \dots + Y_N$$

各最終需要項目 Y_k によって誘発される生産額ベクトルを X_k で表せば、県内最終需要については、

$$X_k = [I - (I - \hat{M})A]^{-1}(I - \hat{M})Y_k \quad (k = 1, 2, \dots, N)$$

移輸出 E によって誘発される生産額ベクトル X_E は、

$$X_E = [I - (I - \hat{M})A]^{-1}E$$

となり、各最終需要項目別生産誘発額の和が、県内生産額であるから、

$$X = \sum_{k=1}^n X_k + X_E$$

が成立する。

(2) 最終需要項目別生産誘発係数

最終需要項目別生産誘発額を、それぞれ対応する項目の最終需要の合計額で除した比率を「最終需要項目別生産誘発係数」という。

これは、最終需要項目が合計で1単位（品目別構成は同じ）増加した場合、各部門の県内生産額がどれだけ増加するかを示すものとなっている。

$$\text{最終需要項目別生産誘発係数} = \frac{\text{各最終需要項目別生産誘発額}}{\text{対応する項目の最終需要の合計額}}$$

(3) 最終需要項目別生産誘発依存度

各部門の生産誘発額を最終需要項目別に構成比でみたものを、「最終需要項目別生産誘発依存度」という。各部門の県内生産額が、どの最終需要の項目によってどれだけ誘発さ

れたのか、そのウエイトを示したものである。

$$\text{最終需要項目別生産誘発依存度} = \frac{\text{各最終需要項目別生産誘発額}}{\text{対応する行の生産誘発額合計額}}$$

5 最終需要と粗付加価値

(1) 最終需要項目別粗付加価値誘発額

各部門の県内生産額は、中間投入と粗付加価値とで構成されているが、県内生産額は最終需要によって誘発されるものであるので、県内生産額を構成する粗付加価値も同様に最終需要によって誘発されるものと考えることができる。

各部門の粗付加価値額をその部門の県内生産額で除した比率を「粗付加価値率」という。生産物1単位あたりの粗付加価値であり、これを要素とする対角行列を \hat{v} とすると、 V を粗付加価値額からなるベクトルとする需給バランス式は、

$$V = \hat{v}[I - (I - \hat{M})A]^{-1}[(I - \hat{M})Y + E]$$

となる。この式を用いて生産誘発と同様に、粗付加価値誘発額、粗付加価値誘発係数、粗付加価値誘発依存度が定義される。

(2) 最終需要項目別粗付加価値誘発係数

最終需要項目別粗付加価値誘発額を、それぞれ対応する項目の最終需要の合計額で除した比率を「最終需要項目別粗付加価値誘発係数」という。

これは、最終需要項目が合計で1単位増加した場合、各部門の粗付加価値額がどれだけ増加するかを示すものとなっている。

$$\text{最終需要項目別粗付加価値誘発係数} = \frac{\text{各最終需要項目別粗付加価値誘発額}}{\text{対応する項目の最終需要の合計額}}$$

(3) 最終需要項目別粗付加価値誘発依存度

各部門の粗付加価値誘発額を最終需要項目別の構成比でみたものを、最終需要項目別粗付加価値誘発依存度という。各部門の粗付加価値額が、どの最終需要の項目によってどれだけ誘発されたのか、そのウエイトを示したものである。

$$\text{最終需要項目別粗付加価値誘発依存度} = \frac{\text{各最終需要項目別粗付加価値誘発額}}{\text{対応する行の粗付加価値誘発額合計額}}$$

6 最終需要と移輸入

(1) 最終需要項目別移輸入誘発額

ある最終需要が生じたとき、通常そのすべてが県内生産によって賄われるものではなく、一部は移輸入によって賄われる。前述のとおり、生産は最終需要によって誘発されることから、生産で賄えない最終需要は移輸入を誘発することになると考えられる。

移輸入誘発額は、次式により求められる。

移輸入 M は、式③ 及び \hat{M} の定義から、

$$M = \hat{M}(AX + Y) \quad \dots\dots\dots \textcircled{8}$$

となる。一方、県内生産額 X は式⑦で示したとおり

$$X = [I - (I - \hat{M})A]^{-1}[(I - \hat{M})Y + E] \quad \dots\dots\dots \textcircled{7}$$

であるから、逆行列係数 $[I - (I - \hat{M})A]^{-1}$ を B 、 $(I - \hat{M})$ を Γ (県内自給率の対角行列となる) とおくと、式⑦は、

$$X = B(\Gamma Y + E) \quad \dots\dots\dots \textcircled{9}$$

となり、式⑨を式⑧に代入して展開すると

$$M = \hat{M}AB\Gamma Y + \hat{M}ABE + \hat{M}Y = (\hat{M}AB\Gamma + \hat{M})Y + \hat{M}ABE$$

となる。すなわち、移輸入は、移輸出以外の県内最終需要によって誘発される係数式 $[\hat{M}AB\Gamma + \hat{M}]$ と、移輸出によって誘発される係数式 $\hat{M}AB$ に分かれることとなり、対応する県内最終需要項目ベクトル及び移輸出ベクトルにそれぞれの係数を乗じて計算することで最終需要項目別移輸入誘発額が求められる。

(2) 最終需要項目別移輸入誘発係数

最終需要項目別移輸入誘発額を、それぞれ対応する項目の最終需要の合計額で除した比率を「最終需要項目別移輸入誘発係数」という。

これは、最終需要項目が合計で1単位増加した場合、各部門の移輸入がどれだけ増加するかを示すものとなっている。

$$\text{最終需要項目別移輸入誘発係数} = \frac{\text{各最終需要項目別移輸入誘発額}}{\text{対応する項目の最終需要の合計額}}$$

(3) 最終需要項目別移輸入誘発依存度

各部門の移輸入誘発額を最終需要項目別の構成比でみたものを「最終需要項目別移輸入誘発依存度」という。各部門の移輸入が、どの最終需要の項目によってどれだけ誘発されたのか、そのウエイトを示したものである。

$$\text{最終需要項目別移輸入誘発依存度} = \frac{\text{各最終需要項目別移輸入誘発額}}{\text{対応する行の移輸入誘発額合計額}}$$

7 その他の分析係数

(1) 特化係数

「特化係数」とは、本県の部門別生産額の構成比を、全国部門別の生産額の構成比で除したものをいう。1 を超えている部門は、全国よりもその部門の構成比が高いということであり、その産業が特化されていることを示す。

$$\text{特化係数} = \text{県内生産構成比} \div \text{全国生産構成比}$$

(2) 中間投入率

「中間投入額」は、各部門の生産活動に必要な原材料・燃料等の財貨・サービスの購入費用をいい、その「中間投入額」をその部門の県内生産額で除した割合が「中間投入率」である。なお、生産設備等の購入費用は資本形成とされ、中間投入には含まれない。

$$\text{中間投入率} = \text{中間投入額} \div \text{県内生産額}$$

(3) 粗付加価値率

「粗付加価値額」は、各部門の生産活動によって新たに付加された価値をいい、「中間投入額」と「粗付加価値額」を合わせたものが県内生産額となる。

「粗付加価値額」は、「家計外消費支出」、「雇用者所得」、「営業余剰」、「資本減耗引当」、「間接税」及び「(控除)補助金」から構成され、この「粗付加価値額」を県内生産額で除した割合が「粗付加価値率」である。

なお、中間投入率+粗付加価値率=1 となる。

$$\text{粗付加価値率} = \text{粗付加価値額} \div \text{県内生産額}$$

(4) 雇用者所得率

「粗付加価値」の構成項目の一つである「雇用者所得」を県内生産額で除した割合が「雇用者所得率」である。

$$\text{雇用者所得率} = \text{雇用者所得額} \div \text{県内生産額}$$

(5) 県内自給率・移輸入率

「県内自給率」は県内需要のうち県内生産品を消費した割合をいい、移輸入率は県内需要のうち移輸入品を消費した割合をいう。このため、県内自給率+移輸入率=1となる。

$$\begin{aligned}\text{県内自給率} &= \text{県内生産品消費額} \div \text{県内需要額} \\ &= (\text{県内需要額} - \text{移輸入額}) \div \text{県内需要額} \\ &= 1 - (\text{移輸入額} \div \text{県内需要額}) \\ &= 1 - \text{移輸入率}\end{aligned}$$

(6) 就業（雇用）係数

就業（雇用）係数は、各部門の就業者（雇用者）数を、当該部門の生産額で除したものである。これにより、その部門の1単位当たりの生産に要する就業者（雇用者）の投入量を示すことが可能となる。

$$\text{就業（雇用）係数} = \text{就業者（雇用者）数} \div \text{県内生産額}$$

※ 就業者：従業者総数（個人事業主、家族従業員、有給役員、常用雇用者、臨時・日雇従業者）
雇用者：従業者の地位区分のうち、常用雇用者、臨時・日雇従業者

【参考】行列について

1 行列の定義と用語

数字を縦、横それぞれ同じ数ずつ並べたものを「行列（マトリックス）」という。通常、行列は、並んだ数字を括弧 [] でくくって表す。

行列を構成している個々の数字を「要素」という。数字の横の並びを「行」といい、上段から第1行、第2行…と呼ぶ。また、縦の並びを「列」といい、左側から第1列、第2列…と呼ぶ。

ある行列の行数が m 、列数が n であるとき、この行列を $(m \times n)$ 型、あるいは (m, n) 型行列という。

行列を簡単に1個の文字で表す場合、一般にアルファベットの大文字 (A 、 B 、 C など) を用いる。その要素を表す場合は、同じアルファベットの小文字を用い、それに行番号、列番号を示す数字を添えて表す。行列 A の第 i 行、第 j 列の位置にある要素は a_{ij} と表記する。

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \cdots & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

2 特殊な形の行列

行列は、その型によっていろいろな名称がつけられている。このうち、正方行列とベクトルについて簡単に説明する。

(1) 正方行列

行の数と列の数が等しく、要素が正方形に並んでいる行列を「正方行列」という。ある正方行列が (m, m) 型行列のとき、これを m 次の正方行列という。また、正方行列の中には、特別の名称で呼ばれるものがある。

① 対角行列

左上から右下に至る対角線上の要素以外がすべて0のものを「対角行列」といい、行列を示すアルファベットに「 \wedge 」(ハット)をつけて表す。

② 単位行列

対角行列のうち、対角線上の要素がすべて1のものを「単位行列」といい、通常 I で表す。(E で表す場合もある。)

(2) ベクトル

1行または1列だけからなる行列を、それぞれ「行ベクトル」、「列ベクトル」という。このうち、すべての要素が1のものを「単位ベクトル」という。

3 行列の演算

(1) 加減算

行列の加減算は、型の等しい行列のみで可能である。すなわち、それぞれの行列は、行数及び列数がそれぞれ等しくなければならない。

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{bmatrix} \text{ のとき、}$$

$$A \pm B = \begin{bmatrix} a_{11} \pm b_{11} & a_{12} \pm b_{12} & a_{13} \pm b_{13} \\ a_{21} \pm b_{21} & a_{22} \pm b_{22} & a_{23} \pm b_{23} \end{bmatrix}$$

(2) 乗算

行列 A に行列 B をかける場合、行列 A の列数と行列 B の行数とが等しくなければならない。また、その結果は、行列 A の行数と行列 B の列数からなる行列となる。

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{bmatrix} \text{ のとき、}$$

$$AB = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} & a_{11}b_{13} + a_{12}b_{23} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} & a_{21}b_{13} + a_{22}b_{23} \\ a_{31}b_{11} + a_{32}b_{21} & a_{31}b_{12} + a_{32}b_{22} & a_{31}b_{13} + a_{32}b_{23} \end{bmatrix}$$

行列 A 及び行列 B がいずれも同次の正方行列の場合には、 $A \times B$ も $B \times A$ も型の等しい正方行列となるが、その結果（各要素）も等しいとは限らない。通常の数値の場合には、乗法の交換法則 ($X \times Y = Y \times X$) が成立するが、行列の場合には必ずしも成立しないため、行列の積を求める場合は、かける順序に注意する必要がある。

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \text{ のとき、}$$

$$AB = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} \end{bmatrix}, BA = \begin{bmatrix} b_{11}a_{11} + b_{12}a_{21} & b_{11}a_{12} + b_{12}a_{22} \\ b_{21}a_{11} + b_{22}a_{21} & b_{21}a_{12} + b_{22}a_{22} \end{bmatrix}$$

4 逆行列

正方行列 A に対して、 $A \times B = B \times A = I$ (単位行列) を満たす正方行列 B が存在するとき、この行列 B を行列 A の逆行列といい、 A^{-1} と表す。

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \text{ のとき、 } A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} \quad (\text{ただし、} ad - bc \neq 0)$$